

基于广义位势理论的类剑桥模型

杨光华^{1,2,3,4}, 温 勇¹, 钟志辉¹

(1. 武汉大学 土木建筑工程学院, 武汉 430072; 2. 广东省水利水电科学研究院, 广州 510610;
3. 广东省岩土工程技术研究中心, 广州 510610; 4. 广东省突发公共事件应急技术研究中心, 广州 510610)

摘 要: 广义位势理论直接从数学原理出发建立本构模型, 避开了传统塑性理论中塑性势函数等复杂概念, 为研究岩土本构模型提供了新的思路。基于广义位势理论中土的应力空间多重势面模型, 对剑桥模型“能量方程假设”的数学原理进行分析, 从数学角度上建立了一个改进的剑桥模型 (即类剑桥模型), 而修正剑桥模型等可作为其特例。利用不同应力路径下的试验数据对其合理性进行验证, 并与剑桥模型进行对比分析。结果表明: 类剑桥模型的参数确定方便、自由, 计算结果与试验较一致, 甚至优于修正剑桥模型; 类剑桥模型所采用的数学原理更明确, 且避免了确定塑性势函数和能量方程的困难及其所带来的误差, 是一个具有较好实用价值的模型。

关 键 词: 广义位势理论; 多重势面模型; 类剑桥模型; 能量方程假设

中图分类号: TU 452

文献标识码: A

Similar Cam-clay model based on generalized potential theory

YANG Guang-hua^{1,2,3,4}, WEN Yong¹, ZHONG Zhi-hui¹

(1. School of Civil and Architectural Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;
2. Guangdong Research Institute of Water Resources and Hydropower, Guangzhou 510610, China;
3. Geotechnical Engineering Technology Center of Guangdong Province, Guangzhou 510610, China;
4. The Emergency Technology Research Center of Guangdong Province for Public Events, Guangzhou, 510610, China)

Abstract: The constitutive model based on the generalized potential theory is established directly by mathematical methods, and the complicated concepts such as plastic potential functions in traditional plasticity theory are avoided, which gives a new approach to study the soil constitutive model. Through the multi-potential surface model in stress space of the generalized potential theory, mathematical principle of the energy equation hypothesis in the Cam-clay model is analyzed and a similar Cam-clay model is established by mathematical methods, in which the modified Cam-clay model etc. can be regarded as its special cases. Rationality of the proposed model is verified through experimental data under the condition of different stress paths; and it is also compared with the Cam-clay model. The results show that parameters of the proposed model can be determined conveniently and freely; and the calculated results agree with experimental ones, which even better than those calculated by the modified Cam-clay model. Mathematical principle of the proposed model is more clear and the difficulties and errors which are brought by the determination of plastic potential functions and energy equation are avoided; it is proved that the proposed model has better practical value.

Key words: generalized potential theory; multi-potential surface model; similar Cam-clay model; energy equation hypothesis

1 引 言

自 1963 年英国剑桥大学 Roscoe 等^[1-2]把经典弹塑性力学引入土力学中, 建立了著名的剑桥弹塑性本构模型以来, 土的本构模型研究一直成为现代土力学研究中一个重要而又热门的重大课题, 人们在研究中提出了大量各式各样的本构模型。国际上

比较著名的如: 剑桥模型^[1-2]、邓肯-张非线性弹性模型^[3]、Lade-Duncan 弹塑性模型^[4]、日本 Matsuoka 和 Nakai 的空间滑动面模型^[5]等。国内在 20 世纪 80 年代后也掀起了土的本构关系研究的热潮, 具有代表性的成果如: 清华模型^[6]、“南水”模型^[7]和椭圆-抛物线模型^[8]等。

剑桥模型由于只有 3 个参数, 确定简便, 可以

说是目前最经典和简便的模型,因而得到广泛的应用。而不足之处则是其“能量方程”的假设给人们一种“试凑”的不确定性,且采用的弹塑性理论涉及复杂的如塑性势函数等概念,假设多。为发展其参数确定简便的优点,本文基于广义位势理论,从数学的角度出发来构建剑桥模型,使模型建立过程的数学原理更明确、可靠。在此基础上,可以引入新的参数,建立类似于剑桥模型的改进模型,从而可以适应更多的试验。通过试验验证表明,改进的模型具有优于剑桥模型和修正剑桥模型的特点,从而可为实际应用提供更科学、可靠的模型。

2 基于广义位势理论的简化多重势面模型

在广义位势理论基础上建立的多重势面模型^[9-13],对于 p - q 空间,忽略 Lode 角和应力主轴旋转等的影响,塑性应变增量与应力增量的关系一般可表示为

$$\begin{cases} d\varepsilon_v^p = Adp + Bdq \\ d\bar{\varepsilon}^p = Cd p + Dd q \end{cases} \quad (1)$$

式中: A 、 B 、 C 、 D 为塑性系数; p 、 q 分别为平均主应力和广义剪应力; ε_v^p 、 $\bar{\varepsilon}^p$ 分别为塑性体应变和塑性剪应变。

由于

$$\begin{cases} d\varepsilon_v = d\varepsilon_v^e + d\varepsilon_v^p \\ d\bar{\varepsilon} = d\bar{\varepsilon}^e + d\bar{\varepsilon}^p \end{cases} \quad (2)$$

将式 (1) 代入式 (2), 并根据广义虎克定律, 可得

$$\begin{cases} d\varepsilon_v = \left(A + \frac{1}{K_e} \right) dp + Bdq \\ d\bar{\varepsilon} = Cd p + \left(D + \frac{1}{3G_e} \right) dq \end{cases} \quad (3)$$

式中: K_e 为弹性体积模量; G_e 为弹性剪切模量。

对于一般应力空间, 由多重势面模型有

$$\{d\varepsilon^p\} = \lambda_1 \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\} + \lambda_2 \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\} \quad (4)$$

$$\begin{cases} dp = \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} \\ dq = \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\}^T \{d\sigma\} \end{cases} \quad (5)$$

由式 (4) 可得

$$\begin{cases} \lambda_1 = d\varepsilon_v^p \\ \lambda_2 = d\bar{\varepsilon}^p \end{cases} \quad (6)$$

将式 (1) 代入式 (6) 可得

$$\begin{cases} \lambda_1 = Adp + Bdq \\ \lambda_2 = Cd p + Dd q \end{cases} \quad (7)$$

将式 (5) 和式 (7) 代入式 (4) 可得

$$\{d\varepsilon^p\} = [C_p^\sigma] \{d\sigma\} \quad (8)$$

式中: $[C_p^\sigma]$ 为塑性柔度矩阵, 其表达式为

$$\begin{aligned} [C_p^\sigma] = & A \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\}^T + B \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\}^T + \\ & C \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial p}{\partial \sigma} \right\}^T + D \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial q}{\partial \sigma} \right\}^T \end{aligned} \quad (9)$$

而根据弹性理论有

$$\{d\varepsilon^e\} = [C_e^\sigma] \{d\sigma\} \quad (10)$$

式中: $[C_e^\sigma]$ 为弹性柔度矩阵。

因此, 由式 (8) 和式 (10) 可得到用于有限元等数值分析的一般应力空间本构方程为

$$\{d\varepsilon\} = ([C_e^\sigma] + [C_p^\sigma]) \{d\sigma\} \quad (11)$$

可见, 简化的多重势面模型只需确定 4 个参数, 即 A 、 B 、 C 、 D , 即可获得计算所需的弹塑性柔度矩阵, 而这 4 个参数可通过常规三轴试验、等向压缩试验及等 p 试验确定^[13]。

3 基于简化多重势面模型的剑桥模型的改进

3.1 剑桥模型的数学原理

剑桥模型基于传统的关联流动弹塑性理论, 以塑性体应变为硬化参数, 通过假设能量方程^[1]:

(1) 一般应力状态下, 塑性变形能增量 $dW^p = pd\varepsilon_v^p + qd\bar{\varepsilon}^p$;

(2) 位于破坏线上时忽略弹性能, 塑性变形能增量 $dW^p = Mpd\bar{\varepsilon}$, 其中, M 为破坏常数。

由假设 (1)、(2) 可得到剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\bar{\varepsilon}^p} = M - \eta \quad (12)$$

式中: $\eta = q/p$ 。

根据正交流动法则, 经数学推导得到 p - q 平面上的屈服函数为

$$\eta - M \ln \frac{p_0}{p} = 0 \quad (13)$$

式中： p_0 为硬化参数。屈服函数在 p - q 平面上的轨迹如图 1 所示。

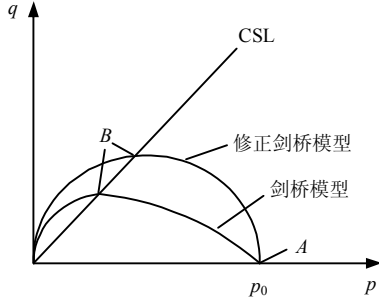


图 1 (修正)剑桥模型的屈服轨迹
Fig.1 Yield loci of Cam-clay model and modified Cam-clay model

由式 (12) 可知，由于剑桥模型在屈服轨迹与 p 轴交点 A 处有 $q=0$ ，即 $\eta=0$ ，则 $d\bar{\varepsilon}^p = d\varepsilon_v^p/M$ ，这显然是不合理的，因为按照正交法则，应有 $d\bar{\varepsilon}^p = 0$ 。为此，Burland 等提出了修正剑桥模型^[2]。

修正剑桥模型假设能量方程在破坏线上的形式为

$$dW^p = p\sqrt{(d\varepsilon_v^p)^2 + M^2(d\bar{\varepsilon}^p)^2} \quad (14)$$

由此得到其剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\bar{\varepsilon}^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (15)$$

根据正交流动法则，经数学推导得到相应的屈服函数为

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \quad (16)$$

屈服函数在 p - q 平面上的轨迹如图 1 所示。

由式 (15) 可知，修正剑桥模型在屈服轨迹与 p 轴和破坏线交点 A 、 B 处有：因在 A 点处 $\eta=0$ ，则 $d\bar{\varepsilon}^p = \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} d\varepsilon_v^p = 0$ ，满足该处 p 轴与屈服面

正交的条件；而在 B 点处 $\eta=M$ ，则 $d\bar{\varepsilon}^p \rightarrow \infty$ ，符合破坏特点。因此，可得到修正剑桥模型在理论上比剑桥模型更合理的结论。

由此，可以得到剑桥模型能量方程的数学实质为假设合适的剪胀方程，由于 A 点处可求得 $d\varepsilon_v^p$ ，而由正交条件要求 A 点处 $d\bar{\varepsilon}^p = 0$ ，由破坏特点要求 B 点处 $d\bar{\varepsilon}^p \rightarrow \infty$ 。因此，由 A 点到 B 点的过程，

剑桥模型的数学实质是假设了 $d\bar{\varepsilon}^p$ 由 $0 \rightarrow \infty$ 的一个函数。由此实质，在广义位势理论基础上，则可以直接从数学原理上来建立和发展剑桥模型，既保持剑桥模型的简便性，又可发展更符合实际而数学原理更清晰的模型，同时避免采用能量假设的模糊性。

3.2 基于广义位势理论的剑桥模型的发展

根据广义位势理论的多重势面模型，在 p - q 平面塑性方程的一般形式如式 (1) 所示。当满足关联流动条件， A 、 B 、 C 、 D 4 个系数满足以下关系^[13]：

$$\left. \begin{aligned} AD - BC &= 0 \\ B &= C \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

进一步假设剪胀方程为

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\bar{\varepsilon}^p} = \beta \quad (18)$$

则方程的 4 个系数有 3 个方程，即 (17)、(18) 式，尚缺少一个条件。此时，可以假设 A 为已知，因为 A 可以通过三向等压试验确定。这样，从数学上确定了 A 、 B 、 C 、 D 4 个系数，则本构方程即已确定。以下进一步推导如何由式 (17)、(18) 和已知的 A 值求 B 、 C 、 D 的方法：

由式 (17) 可得

$$AD - B^2 = 0 \quad (19)$$

由式 (18)、(1) 及 $B=C$ 有

$$d\varepsilon_v^p = Adp + Bdq = \beta(Bdp + Ddq) \quad (20)$$

由正交流动法则则有

$$\frac{d\varepsilon_v^p}{d\bar{\varepsilon}^p} = -\frac{dq}{dp} = \beta \quad (21)$$

将式 (21) 代入式 (20)，可得

$$\left. \begin{aligned} B &= \frac{A}{\beta} = C \\ D &= \frac{A}{\beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

这样，已知 β 、 A ，则可求得 B 、 C 、 D ，从而确定了本构方程。

把式 (22) 代回式 (1)，可有

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^p &= \frac{A}{\beta}(\beta dp + dq) \\ d\bar{\varepsilon}^p &= \frac{A}{\beta} \left(dp + \frac{1}{\beta} dq \right) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

显然，由式 (23) 可知：

当假设 $A = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p} \left(1 - \frac{\eta}{M}\right)$ 、 $\beta = M - \eta$ 时, 则得到剑桥模型的本构方程, 即

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\bar{\varepsilon}^p \end{Bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{M - \eta} \\ \frac{1}{M - \eta} & \left(\frac{1}{M - \eta}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (24)$$

$$\text{当假设 } A = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p} \frac{1 - \left(\frac{\eta}{M}\right)^2}{1 + \left(\frac{\eta}{M}\right)^2}, \quad \beta = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta}$$

时, 则可得到修正剑桥模型的本构方程, 即:

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\bar{\varepsilon}^p \end{Bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} \\ \frac{2\eta}{M^2 - \eta^2} & \left(\frac{2\eta}{M^2 - \eta^2}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (25)$$

考察 β 取值假设的数学条件可知, β 可根据屈服面与 p 轴和破坏线交点 A 、 B 处 $d\varepsilon_v^p$ 、 $d\bar{\varepsilon}^p$ 的特征来取值: (1) A 点处 $\eta = 0$, 由正交条件要求 $d\bar{\varepsilon}^p = 0$, 由式(18)可知, 此时要求 $\beta \rightarrow \infty$; (2) B 点处 $\eta = M$, 由破坏特点要求 $d\varepsilon_v^p \rightarrow \infty$, 由式(18)可知, 此时要求 $\beta = 0$ 。若 β 要求满足条件(1), 最简单的形式可取为 $\beta = 1/\eta$, 也可取以 η 为分母的其他式子; 若 β 要求满足条件(2), 最简单为取 $\beta = M - \eta$, 也可取为 $[1 - (\eta/M)^2]$ 的函数形式。

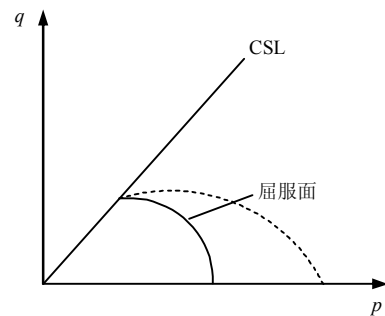
显然, 剑桥模型仅满足了条件(1), 而修正剑桥模型则同时满足了条件(1)、(2)。从以上 β 要求满足的数学条件可知, 满足条件(1)、(2)的最简单形式可取为 $\beta = (M - \eta)/\eta$, 这样就无需人为地去试凑“能量方程”来确定剪胀方程, 而是从更直接和可靠的数学方法出发即可。

对于参数 A 的确定, 由式(23)可知

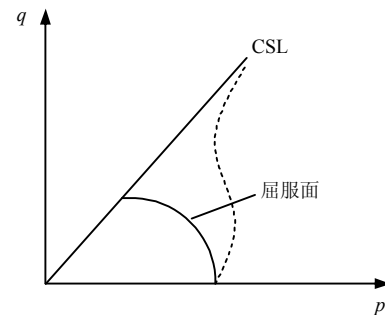
$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^p &= A dp + \frac{A}{\beta} dq \\ d\bar{\varepsilon}^p &= \frac{A}{\beta} dp + \frac{A}{\beta^2} dq \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

$d\varepsilon_v^p$ 的变化规律如图 2(a)所示, 在 p 轴处 $dq = 0$, 由式(26) $d\varepsilon_v^p = A dp$, 其中 $A = A_0 = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p}$, A_0 为等向固结时的塑性系数, 此时为 $d\varepsilon_v^p$ 的最大状态; 随着 η 的增大, $d\varepsilon_v^p$ 在减少, 在 $\eta = M$ 处变成

最小。由式(26)可见, 要求达到此目的可取 $A = \alpha A_0$, 其中 α 为无量纲系数, 要求其当 $\eta = 0$ 时, $\alpha = 1$; $\eta = M$ 时, $\alpha = 0$ 。为此, 可设 $\alpha = 1 - (\eta/M)$ 。



(a) $d\varepsilon_v^p$ 的变化规律



(b) $d\bar{\varepsilon}^p$ 的变化规律

图 2 $d\varepsilon_v^p$ 和 $d\bar{\varepsilon}^p$ 的变化规律示意图

Fig.2 Variations of $d\varepsilon_v^p$ and $d\bar{\varepsilon}^p$

$d\bar{\varepsilon}^p$ 的变化规律如图 2(b)所示, 在 p 轴处, $\eta = 0$ 时, $d\bar{\varepsilon}^p = 0$; 在 $\eta = M$ 处, $d\bar{\varepsilon}^p \rightarrow \infty$ 。由式(26)可知, $\eta = 0$ 时, $\beta \rightarrow \infty$; 当 $\eta = M$ 时, $\beta = 0$ 。而当 $A = \alpha A_0$ 时, $d\bar{\varepsilon}^p$ 可满足这一条件, 而 $A = \alpha A_0$ 又满足了 $d\varepsilon_v^p$ 的两个条件, 因此, 可以取

$$A = A_0 \alpha = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p} \left(1 - \frac{\eta}{M}\right) \quad (27)$$

此时, A 随 η 线性变化。为有可能适应更复杂的变化, 也可假设

$$A = A_0 \alpha = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p} \left(1 - \left(\frac{\eta}{M}\right)^n\right) \quad (28)$$

则当 $n = 1$ 时, 即为 A 随 η 线性变化。

由此, 可以得到 A 、 β 两个参数的合理而简单的可能形式为

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{1}{p} \left(1 - \left(\frac{\eta}{M}\right)^n\right) \\ \beta &= (M - \eta)/\eta \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

相应的本构方程为

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_v^p \\ d\varepsilon^p \end{Bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \frac{\eta}{M-\eta} \\ \frac{\eta}{M-\eta} & \left(\frac{\eta}{M-\eta}\right)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp \\ dq \end{Bmatrix} \quad (30)$$

一般情况下可取 $n=1$, 也可通过常规三轴压缩试验确定 n 值。具体方法如下:

设给定一组离散数据 $(x_i, f(x_i))$, 其中 $i=0, 1, \dots, m$, 当构造一个函数 $s(x)$, 满足

$$\sum_{i=0}^m [f(x_i) - s(x_i)]^2 = \min \quad (31)$$

则 $s(x)$ 称为 $f(x)$ 在 $m+1$ 个节点 x_i 上的最小二乘解。

当给定两组离散数据 $(x_i, f(x_i))$ 和 $(x_i, g(x_i))$, 且逼近函数 $s(x, n)$ 、 $t(x, n)$ 的函数形式已经确定, n 为所求的常数, 要求找出一个 n 值, 使得 $s(x_i, n)$ 、 $t(x_i, n)$ 尽可能地逼近 $f(x_i)$ 、 $g(x_i)$ 。参考式 (31), 笔者认为, n 可通过下式确定:

$$\delta = \sum_{i=0}^m (f(x_i) - s(x_i, n))^2 (g(x_i) - t(x_i, n))^2 = \min \quad (32)$$

在正常固结黏土的常规三轴压缩试验中, 通常给出两组试验数据 (η, ε_v) ($\eta, \bar{\varepsilon}$) 或 $(\sigma_1 - \sigma_3, \varepsilon_v)$ ($\sigma_1 - \sigma_3, \bar{\varepsilon}$), 此时可通过假定不同的 n (例如 $n=0.1, 0.2, \dots, 1.0, 1.1, \dots$), 求出对应的 ε_v 和 $\bar{\varepsilon}$, 然后代入式 (32), 使得式 (32) 最小, 即为所求的 n 。

由此, 在广义位势理论基础上, 直接从数学原理出发, 结合剑桥模型的数学背景, 提出了一个构建本构模型的方法, 并得出一个更为直接而简便的本构模型, 该模型保留了剑桥模型的简便性, 但参数确定是直接从数学原理出发而建立, 克服了传统剑桥模型依靠“能量方程”假设带来的不确定性或试凑性的嫌疑, 使模型的建立更科学、数学原理更明确和可靠。

4 模型的试验验证

本文共进行了 3 个试验验证, 其计算模型参数见表 1。

4.1 试验 1

文献[14]研究了上海某地区的黏土特性, 现采用其第 2 层正常固结黏土的试验对本文改进的类剑桥模型 (以下简称本文模型) 进行验证, 该层土的计算模型参数如表 1 中的试验号 1 所示。

表 1 验证试验的模型参数

Table 1 Model parameters for verification tests

试验号	λ	κ	M	μ	n
1	0.087 0	0.020 0	1.20	0.3	0.430
2	0.112 9	0.021 3	1.36	0.3	0.574
3	0.104 6	0.023 1	1.45	0.3	0.914

注: λ 、 κ 、 M 为剑桥模型的三个参数, μ 为泊松比, n 为本文模型的参数。

试验首先等向固结到 300 kPa, 此时的孔隙比为 0.662, 然后进行常规三轴压缩试验。 n 根据常规三轴压缩试验数据按式 (32) 进行确定, 不同 n 值对应的 δ 如图 3 所示。由图可知, 当 $n=0.43$ 时, δ 最小。

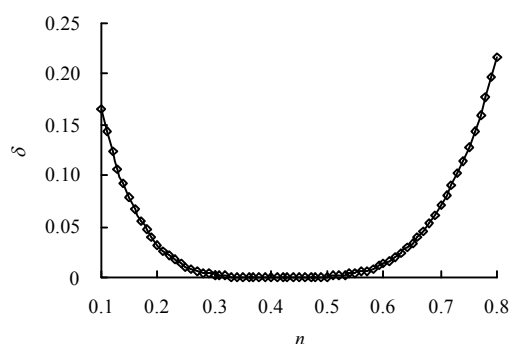


图 3 n 与 δ 的关系

Fig.3 Relationship between n and δ

(修正) 剑桥模型和本文模型的预测结果如图 4 所示。由图可知, 当本文模型的 $n=0.43$ 时, 其预测结果与试验结果十分接近, 计算精度上比 (修正) 剑桥模型要好; 当 $n=1.0$ 时, 计算精度相对较差, 但仍要比 (修正) 剑桥模型的计算结果好。可见本文模型是可行的, 而 n 的取值可根据三轴试验数据按最小二乘法确定也是合理的。

4.2 试验 2

文献[15—16]给出了上海重塑软土的几种不同应力路径的试验数据。现采用本文模型对其进行预测, 并与 (修正) 剑桥模型进行对比分析。试验的模型参数如表 1 中的试验号 2 所示。同理, 根据常规三轴压缩试验数据可求得 $n=0.574$, 另外也比较 $n=1$ 的情况。各模型的预测结果如图 5 所示。由图可知, $n=0.574$ 时的预测结果最好, 其次为 $n=1$, 再次为修正剑桥模型, 效果最差的为剑桥模型。

为了进一步验证本文模型的可行性, 现采用其他应力路径的试验进行验证。现对等 p 压缩试验和单向压缩试验进行预测, 各模型的预测结果如图 6、7 所示。由图可见, 在等 p 三轴压缩及单向压缩应力路径下, 本文模型与修正剑桥模型对试验的预测

结果都较好, 优于剑桥模型。

4.3 试验 3

文献[17—18]也给出了某种正常固结黏土的几种应力路径的试验数据, 同样采用该试验验证本文模型的合理性, 试验的模型参数如表 1 中的试验号

3 所示。其中, 固结围压 196 kPa 时对应的孔隙比为 0.915。

同理, 根据常规三轴压缩试验的结果, 可求得 $n=0.914$ 。各模型对常规三轴压缩试验和等 p 试验的预测结果分别如图 8、9 所示。

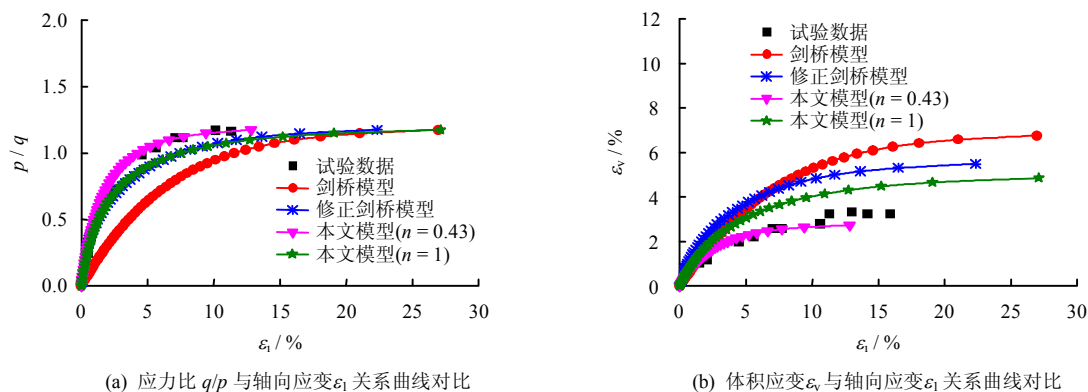


图 4 常规三轴压缩下预测曲线与试验点比较($\sigma_3=300$ kPa)

Fig.4 Comparisons between predicted curves and test results under conventional triaxial compression condition ($\sigma_3=300$ kPa)

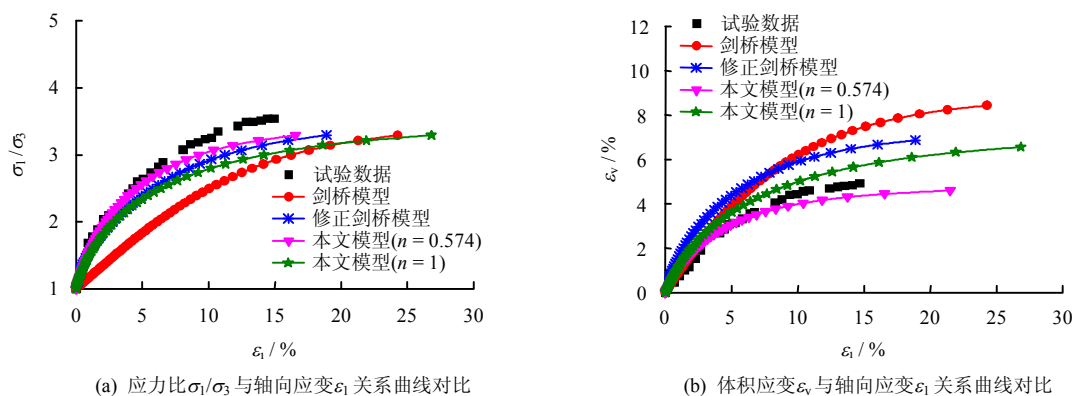


图 5 常规三轴压缩下预测曲线与试验点比较($\sigma_3=80$ kPa)

Fig.5 Comparisons between predicted curves and test results under conventional triaxial compression condition ($\sigma_3=80$ kPa)

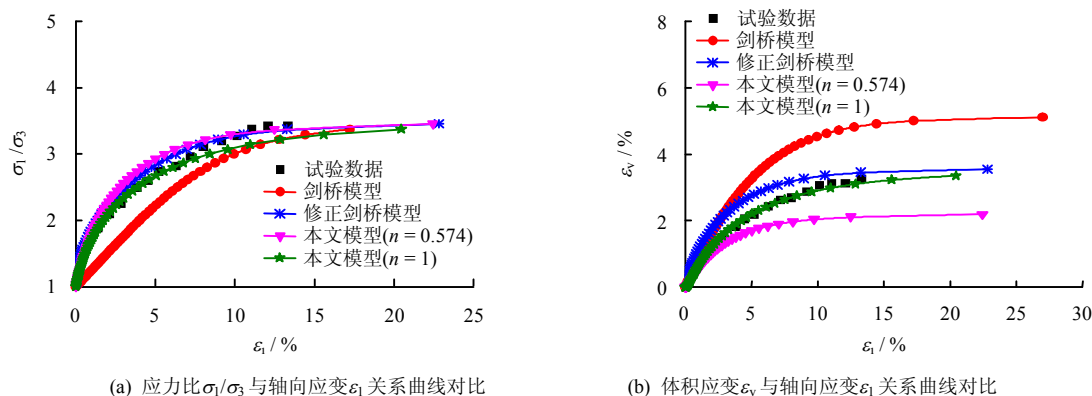


图 6 等 p 三轴压缩下预测曲线与试验点比较 ($p=120$ kPa)

Fig.6 Comparisons between predicted curves and test results under triaxial compression condition ($p=120$ kPa)

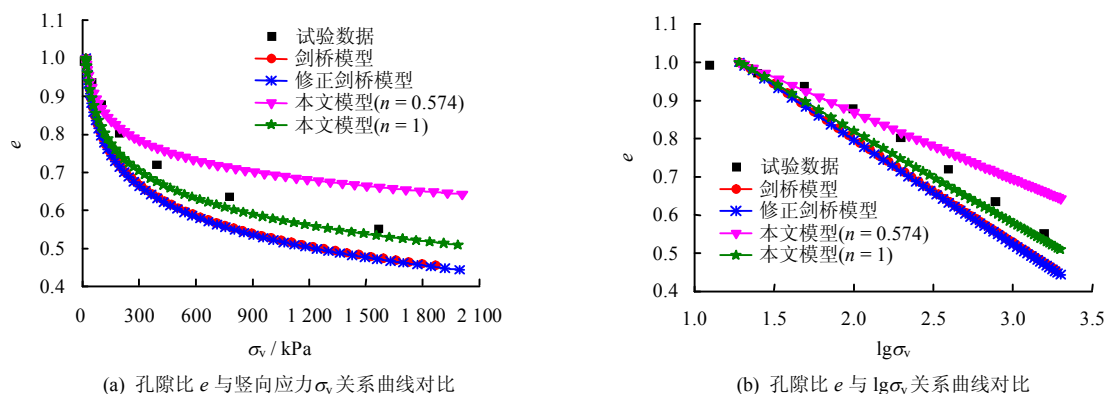
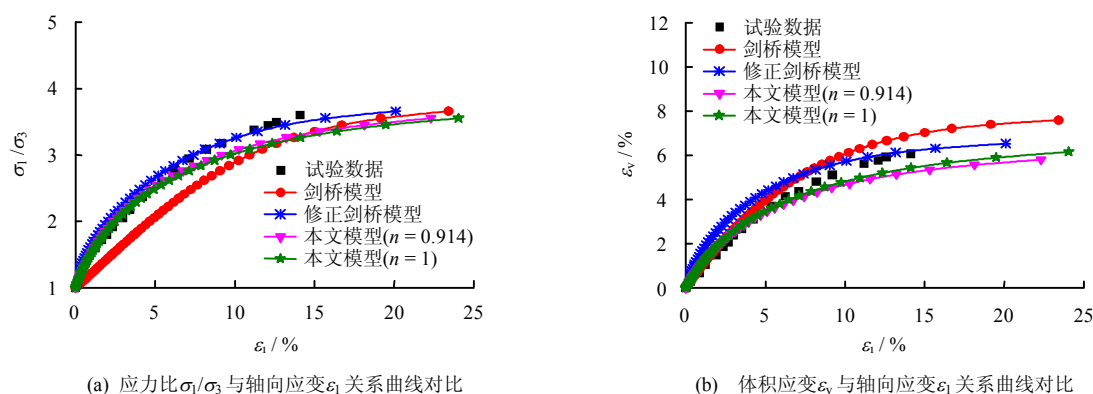
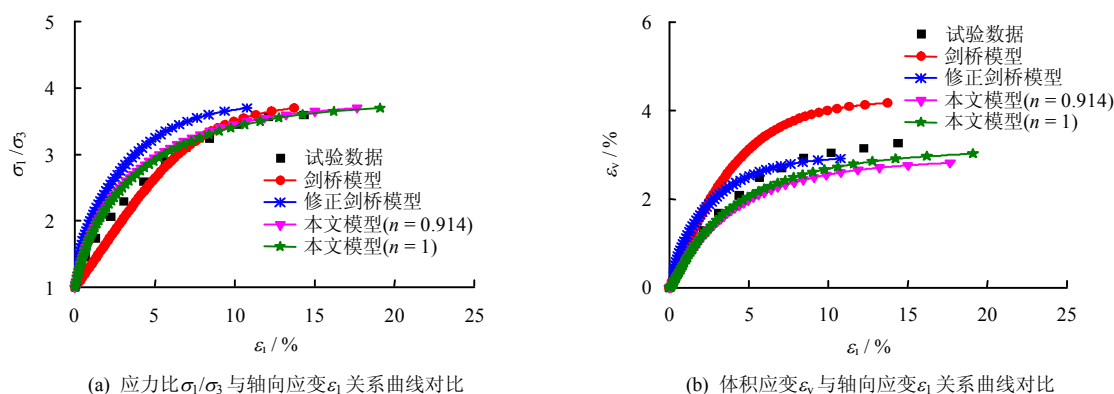


图7 单向压缩下预测曲线与试验点比较

Fig.7 Comparisons between predicted curves and test results under uniaxial compression condition

图8 常规三轴压缩下预测曲线与试验点比较($\sigma_3=196$ kPa)Fig.8 Comparisons between predicted curves and test results under conventional triaxial compression condition ($\sigma_3=196$ kPa)图9 等 p 三轴压缩下预测曲线与试验点比较 ($p=196$ kPa)Fig.9 Comparisons between predicted curves and test results under triaxial compression condition ($p=196$ kPa)

由图8、9可知:在常规三轴压缩应力路径下,本文模型与修正剑桥模型对试验的预测结果都较好,优于剑桥模型;而在等 p 三轴压缩应力路径下,本文模型则优于剑桥模型和修正剑桥模型。

由以上试验验证结果可见,本文改进的类剑桥模型中,当 $n=1$ 时,其结果要好于剑桥模型,优于或与修正剑桥模型相当;当引入的 n 变化时,其结

果优于剑桥模型和修正剑桥模型,因而可以根据试验结果,通过 n 的变化调整,便可得到更符合实际的模型。

5 结 论

本文在广义位势理论上重新构建并发展了剑桥模型,既保持了剑桥模型参数确定简便的优点,

同时又使其具有了更明确的数学基础,避免了传统方法同过假设不同“能量函数”来“试凑”试验结果的不确定性,使建立的模型更科学、可靠,并有更大的灵活性。试验验证结果表明,新构建的类剑桥模型具有更好的效果,可以更好地适应试验数据,优于传统的剑桥模型和修正剑桥模型,可为实际应用提供更优质的模型。

为了要采用传统的弹塑性理论进行加、卸载的数值计算,也可以像剑桥模型那样,把根据数学条件而设定的剪胀方程代入正交流动方程进而积分求得相应的屈服函数,从而可以采用传统的弹塑性理论加、卸载准则进行加、卸载的判断。

参考文献

- [1] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, THURAIRAJAH A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. **Geotechnique**, 1963, 13(3): 211—240.
- [2] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behaviors of an ideal wet clay[C]// *Proceedings of Engineering Plasticity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535—609.
- [3] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, 1970, 96(5): 1629—1653.
- [4] LADE P V, DUNCAN J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil[J]. **Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE**, 1975, 101(GT10): 1037—1053.
- [5] MATSUOKA H, NAKAI T. Stress-strain relationship of soil on the “SMP”[C]// *Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Tokyo: Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation, 1977: 153—162.
- [6] HUANG Wen-xi, PU Jia-liu, CHEN Yu-jiong. Hardening rule and yield function for soils[C]// *Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. [S. l.]: [s. n.], 1981: 631—634.
- [7] 沈珠江. 土的弹塑性应力应变关系的合理形式[J]. **岩土工程学报**, 1980, 2(2): 11—19.
SHEN Zhu-jiang. The rational form of stress-strain relationship of soils based on elastic-plasticity theory[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1980, 2(2): 11—19.
- [8] 殷宗泽, DUNCAN J M. 剪胀土与非剪胀土的应力应变关系[J]. **岩土工程学报**, 1984, 6(4): 24—40.
- [9] YIN Zong-ze, DUNCAN J M. A stress-strain relationship for dilative and non-dilative soils[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1984, 6(4): 24—40.
- [10] 杨光华. 建立土的本构关系的广义塑性位势理论[C]// *第三届全国岩土力学数值分析与解析方法会议论文集*. 广东: [s. n.], 1988.
- [11] 杨光华. 岩土类工程材料的多重势面弹塑性本构模型理论[J]. **岩土工程学报**, 1991, 13(5): 99—107.
YANG Guang-hua. The multi-potential constitutive theory of elasto-plasticity for the soil and rock materials[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1991, 13(5): 99—107.
- [12] 杨光华. 土的本构模型的数学理论及其应用[D]. 北京: 清华大学, 1998.
- [13] 杨光华, 介玉新, 李广信, 等. 土的多重势面模型及其验证[J]. **岩土工程学报**, 1999, 21(5): 578—582.
YANG Guang-hua, JIE Yu-xin, LI Guang-xin, et al. Multi-potential surface model for soils and its verification[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(5): 578—582.
- [14] 杨光华, 李广信, 介玉新. 土的本构模型的广义位势理论及其应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
- [15] 盛佳韧. 上海黏土力学特性综合试验研究及本构模拟[D]. 上海: 上海交通大学, 2012.
- [16] 孙德安, 陈波, 周科. 重塑上海软土的压缩和剪切变形特性试验研究[J]. **岩土力学**, 2010, 31(5): 1389—1394.
SUN De-an, CHEN Bo, ZHOU Ke. Experimental study on compression and shear deformation characteristics of remoulded Shanghai soft clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(5): 1389—1394.
- [17] 孙德安, 陈波. 重塑超固结上海软土力学特性及弹塑性模拟[J]. **岩土力学**, 2010, 31(6): 1739—1743.
SUN De-an, CHEN Bo. Mechanical behavior of remolded overconsolidated Shanghai soft clay and its elasto-plastic simulation[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(6): 1739—1743.
- [18] YAO Yang-ping, SUN De-an, MATSUOKA H. A unified constitutive model for both clay and sand with hardening parameter independent on stress path[J]. **Computers and Geotechnics**, 2008, (35): 210—222.
- [19] HUANG Wen-xiong, WU Wei, SUN De-an, et al. A simple hypoplastic model for normally consolidated clay[J]. **Acta Geotechnica**, 2006(1): 15—27.